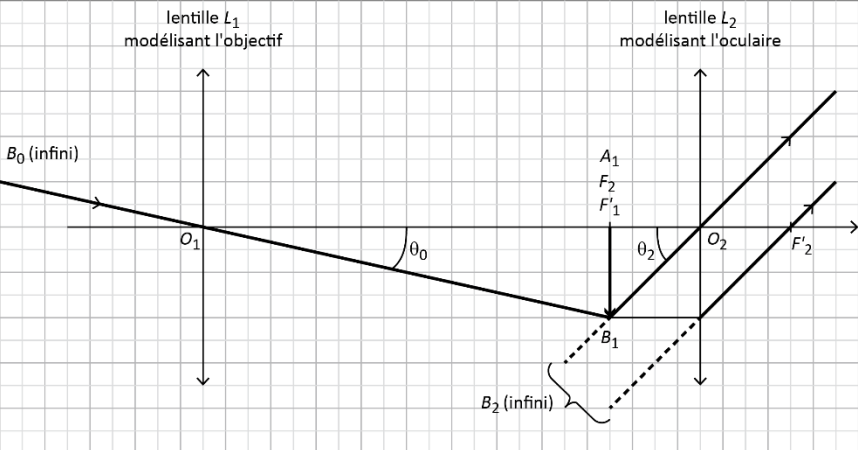
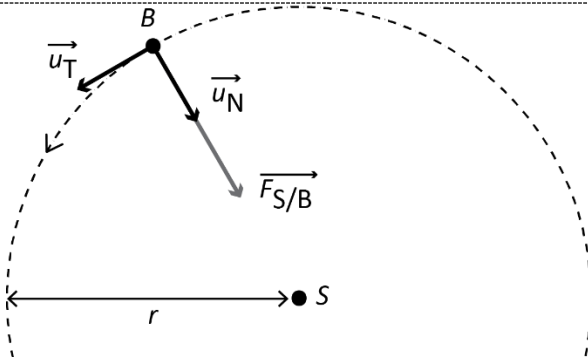


Corrigé de l'exercice 1 : Saturne

10 points

Corrigé de la 1 ^{ère} partie	Barème
<p>1.</p> 	<ul style="list-style-type: none"> * position de F_2 et F'_2 * rayon issu de B_0 * image intermédiaire * rayons issus de B_1 * image B_2 à l'infini * θ_0 et θ_2
<p>2. L'image se forme à l'infini : cela permet une observation sans effort d'accommodation.</p>	<ul style="list-style-type: none"> **
<p>3. voir figure de la question 1</p>	
<p>4. Par définition :</p> $G = \frac{\theta_2}{\theta_0}$ <p>Or :</p> $\theta_2 \approx \tan \theta_2 = \frac{A_1 B_1}{f'_2}$ $\theta_0 \approx \tan \theta_0 = \frac{A_1 B_1}{f'_1}$ <p>On en déduit :</p> $G = \frac{A_1 B_1}{f'_2} \times \frac{f'_1}{A_1 B_1} = \frac{f'_1}{f'_2}$	<ul style="list-style-type: none"> * définition de G ** expression de G en fonction des focales * justification claire
<p>5. On peut supposer que Galilée avait un grossissement trop faible pour bien distinguer les anneaux. Vu la relation précédente, la distance focale de son oculaire était donc trop longue.</p>	<ul style="list-style-type: none"> **
<p>6. Taille de la zone d'ombre entre Saturne et le début des anneaux :</p> $d = 64864 - 58232 = 6632 \text{ km}$ <p>Le diamètre angulaire de la zone d'ombre vaut donc :</p> $\theta_0 = \frac{d}{D} = \frac{6632}{1,3 \times 10^9} = 5,1 \times 10^{-6} \text{ rad}$ <p>Pour être vue correctement l'image de cette zone donnée par la lunette doit avoir un diamètre angulaire de valeur égale (au minimum) au pouvoir séparateur de l'œil, soit :</p> $\theta_2 = \alpha_{\text{œil}} = 3 \times 10^{-4} \text{ rad}$ <p>Le grossissement nécessaire vaut donc :</p> $G = \frac{\theta_2}{\theta_0} = 59$ <p>Et la distance focale de l'oculaire correspondant vaut :</p> $f'_2 = \frac{f'_1}{G} = \frac{980}{59} = \mathbf{17 \text{ mm}}$	<ul style="list-style-type: none"> ** raisonnement clair et rigoureux * valeur numérique

Corrigé de la 2 nd e partie	Barème
<p>7. C'est incompatible avec la première loi de Kepler, qui énonce qu'un satellite de Saturne suit une orbite elliptique dont Saturne occupe un des deux foyers. Un satellite ne peut pas être immobile.</p>	<p>✱</p>
<p>8.</p> 	<p>✱ vecteurs unitaires ✱ force de Gravitation</p>
<p>9. La force de Gravitation s'exprime, dans le repère de Frenet, par :</p> $\vec{F}_{S/B} = G \frac{M_S m}{r^2} \vec{u}_N$ <p>La deuxième loi de Newton donne donc :</p> $\vec{F}_{S/B} = m \vec{a}$ $G \frac{M_S m}{r^2} \vec{u}_N = m \vec{a}$ <p>D'où l'accélération :</p> $\vec{a} = \frac{G M_S}{r^2} \vec{u}_N$	<p>✱ expression de $\vec{F}_{S/B}$</p> <p>✱ 2^{ème} loi de Newton</p> <p>✱ ✱ exp. de \vec{a} dans le repère de Frenet</p>
<p>10. Le vecteur-accelération, pour un mouvement curviligne, s'exprime toujours par :</p> $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{u}_T + \frac{v^2}{r} \vec{u}_N$ <p>Or l'expression établie à la question 9 montre que \vec{a} n'a pas de coordonnée tangentielle. On en déduit donc que :</p> $\frac{dv}{dt} \vec{u}_T = \vec{0}$ $\frac{dv}{dt} = 0$ $v = \text{constante}$ <p>Le mouvement est bien uniforme. Remarque : il était possible d'exploiter la loi des aires de Kepler pour obtenir cette conclusion.</p>	<p>✱ ✱ justification rigoureuse (Frenet ou loi des aires)</p>
<p>11. On identifie la coordonnée normale de \vec{a} selon l'expression de la question 9 et celle de la question 10. On obtient :</p> $\frac{v^2}{r} \vec{u}_N = \frac{G M_S}{r^2} \vec{u}_N$ $v^2 = \frac{M_S G}{r}$ $v = \sqrt{\frac{M_S G}{r}}$	<p>✱ ✱</p>

<p>12. L'expression précédente établit un lien univoque entre la vitesse d'un satellite et le rayon de son orbite, indépendamment de la masse du satellite.</p> <p>Donc si des blocs rocheux orbitent au voisinage de Pan, ils ont la même vitesse que lui donc ne le heurtent pas (en supposant que tout le monde tourne dans le même sens, ce qui est le cas).</p>	<p>*</p>
<p>13. La vitesse de Titan vaut :</p> $v_T = \sqrt{\frac{M_S G}{r_T}}$ <p>Sa période de révolution vaut, par définition :</p> $T_T = \frac{\text{périmètre}}{v}$ $= 2\pi r_T \sqrt{\frac{r_T}{M_S G}}$ $= 2\pi \sqrt{\frac{r_T^3}{M_S G}}$ <p>On a donc :</p> $T_T^2 = \frac{4\pi^2 r_T^3}{M_S G}$ $\frac{T_T^2}{r_T^3} = \frac{4\pi^2}{M_S G}$ <p>Cette relation montre que le quotient T^3 / r^3 ne dépend que de la masse de Saturne et sera donc le même pour tout satellite de Saturne. C'est conforme à la 3^{ème} loi de Kepler ou « loi des périodes ».</p>	<p>** calcul littéral clair</p> <p>* expression correcte</p> <p>* réf à la 3^{ème} loi de K</p>
<p>14. La relation précédente donne :</p> $M_S = \frac{4\pi^2 r_T^3}{G T_T^2}$ $= \frac{4\pi^2 \times (1,222 \times 10^9)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times (15,95 \times 24 \times 3600)^2}$ $= \mathbf{5,69 \times 10^{26} \text{ kg}}$	<p>* exp littérale</p> <p>** valeur et unité</p>
<p>15.</p> $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{r_1^3}{M_S G}}$ $= 2\pi \sqrt{\frac{(64864 \times 10^3)^3}{5,69 \times 10^{26} \times 6,67 \times 10^{-11}}}$ $= 16848 \text{ s} = 4 \text{ h } 41 \text{ min}$ $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{r_2^3}{M_S G}}$ $= 2\pi \sqrt{\frac{(340232 \times 10^3)^3}{5,69 \times 10^{26} \times 6,67 \times 10^{-11}}}$ $= 71561 \text{ s} = 19 \text{ h } 53 \text{ min}$	<p>*</p> <p>*</p>

Ces calculs montrent que la période de révolution **augmente** lorsque l'on s'éloigne de Saturne : les anneaux intérieurs « tournent plus vite » que les anneaux extérieurs. C'est la raison pour laquelle il était physiquement impossible qu'il n'existe qu'un anneau rigide : sous l'effet de la Gravitation exercée par Saturne il se serait brisé, comme l'explique Maxwell. Mais cela ni Galilée ni Huygens ne pouvaient le savoir, n'oublions pas que la mécanique de Newton n'a été établie que plusieurs décennies après leurs observations.

